

# ÍVBEN FUTÓ VASÚTI KERÉKPÁR ENERGIADISSZIPÁCIÓS VIZSGÁLATA

## ON THE INVESTIGATION INTO A RAILWAY WHEELSET RUNNING IN CURVES BY ENERGY DISSIPATION

M. Szűcs Máté \*, Dr. Zábori Zoltán \*\*

### KIVONAT

*Tanulmányunk egy ívben szabadon futó vasúti kerékpár ívellenállásának elemzésével foglalkozik numerikus dinamikai szimulációs módszert alapul véve. Az ívellenállást a kerék-sín érintkezésnél létrejövő kúszási/súrlódási erők munkájának kiszámítása útján határoztuk meg. A környezeti hatásoktól függetlenített, egyszerűsített kerékpármodell lehetővé teszi az ívellenállás alakulásának és jellegének meghatározását a két vizsgált paraméter, a kerékpár haladási sebessége és a pályaivsugár függvényében.*

### ABSTRACT

*This study concerns the curve resistance analysis of a single railway wheelset running in a curve based on numerical dynamic simulation. The curve resistance can be computed by determining the creep/friction forces generated in the wheel-rail contact. The simplified model, decoupled from environmental effects, allows the evaluation of the feature of the curve resistance force as a function of the two parameters considered over the speed of the wheelset and the curve radius.*

### 1. BEVEZETÉS

A vasúti jármű futása során fellépő menetellenállás-erők egy jelentős része a pálya-jármű, azon belül is a kerék-sín kapcsolatban keletkezik. Ezek az erők megjelennek mind egyenesben futás, mind pedig ívben haladás során, azonban a gyakorlati tapasztalat rávilágít arra, hogy e két különböző üzemiállapot eltérő menetellenállás-erőt eredményez. Könnyen belátható, hogy minden egymással érintkező szerkezeti elem elmozdulása súrlódóerőt generál, amely végső soron energiadisszipációként értelmezhető a vontatási energia szempontjából. Ez a veszteség a jármű főmozgására fordított energiából származik. Ismeretes továbbá, hogy az ívben haladó kerékpár futófelületének sajátosságaként az ívben kívül futó, illetve belül futó kerék szögsebessége közel azonos (és csak a kerékpártengely torziós merevségétől függően térhetnek

el). Ha tisztán futófelületi érintkezés mellett történik a kerékpár ívben haladása, akkor is a külső, illetve belső sinszálon futó kerék eltérő úthossz befutása mellett, üzemiállapottól függő mértékben mikrocúszással, illetve makrocúszással képes a pályaivben haladni [12].

A tisztán kúpos futófelületű kereket alapul véve meghatározható a kerékpár azon keresztirányú kitérése, amely mellett a csúszásmentes gördülés megvalósulhat. Ennek modellezésére alkalmas egy olyan, elvben végtelen hosszú kettős kúpfelületű merev testszerű modell (*dicone*), amely lehetővé teszi a kerékpár egyensúlyi (csúszásmentes) gördülési helyzetéhez tartozó keresztirányú kitérésének meghatározását. A vasúti kerékpár esetében azonban a kerékpár keresztirányú kitérésének korlátot szab a sínnek a nyomkarimával való érintkezése, így adott üzemiállapotban (elsősorban a kerékpár futási sebessége, illetve a pályaivsugár értéke függvényében) csúszásmentes gördülés állapota csak speciális esetekben teljesülhet, ezért ívben nagyobb energiadisszipáció várható.

Tapasztalat szerint megfelelő túleléléssel ellátott, kellően nagy ívsugarú pálya és megfelelő haladási sebesség mellett a kerék csak a futófelületen érintkezik a sínrel. Azonban bármely (például forgalmi) okból előállhat olyan kétpontos érintkezés úgy az ívben külső, mint a belső sinszálon futó kerék esetében, amely az ívben futás teljes idejében vagy annak egy részén nyomkarima érintkezéssel jár. Ez pedig megnövekedett súrlódóerőhöz és energiadisszipáció kialakulásához vezethet.

Az alkalmazott szimulációs módszer végrehajtása során egy szabadon futó, állandó sebességgel és szögsebességgel haladó, tisztán kúpos profilú, nyomkarimával rendelkező vasúti kerékpár dinamikai viselkedését szimuláljuk számítógépes modellezés segítségével, ami lehetővé teszi a kerékpár-mozgás dinamikai folyamatainak tanulmányozását. Az elemzés során meghatározzuk a kerék-sín kapcsolatban keletkező kúszási- és súrlódóerők munkáját, amelyből következtethetünk az ívben haladás során disszipált energia értékére. Az így nyert eredményekből az ívben futó kerékpár megnövekedett ellenállására vonatkozóan

\* doktorandusz, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Vasúti Járművek és Járműrendszeranalízis Tanszék

\*\* tudományos főmunkatárs, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Vasúti Járművek és Járműrendszeranalízis Tanszék

vonhatunk le következtetést az ívellenállás-erő kialakulásának és paraméterfüggésének nagyságára és jellegére vonatkozóan.

## 2. A VIZSGÁLAT CÉLJA

A vasúti jármű ívellenállása számos hatás eredőjeként jelenik meg, amelyek a kerék-sín (pálya-jármű) kapcsolatból, továbbá a járműszerkevény rugalmas és disszipatív felfüggesztési rendszerében megnyilvánuló-, valamint az ütköző-és vonókészülék súrlódó elemein jelentkező energiadisszipációból tevődnek össze. A vasúti jármű ívben haladása dinamikai folyamatainak elemzése során itt egy szabadon futó vasúti kerékpár ívben futását vizsgáljuk, ily módon a kerék-sín kapcsolatban keletkező, az egyenesben futáshoz képest megnövekedett disszipáció jellegét határozzuk meg, miközben a jármű felépítmény, illetve a szomszédos járművek hatásait leválasztjuk.

A fajlagos ívellenállás értékének kiszámítására szolgáló főbb ismert összefüggéseket az első táblázat tartalmazza. [1]-[5] A fajlagos ellenállásérték súlyegységre vonatkozó  $N/kN$  mértékegységgel szerepel.

1. táblázat: Ívellenállás meghatározására szolgáló különféle összefüggések

Összefüggés szerzője	Összefüggés	Ssz.
Röckl	$\frac{650}{R - 55}$	(I)
Protopapadakis	$\frac{103,4a + 316,8b}{R}$	(II)
Parodi	$1000 \frac{\mu_s}{R} (b + \frac{a^2}{2} + 2b^2)$	(III)
Astakhov	$\frac{100}{R} + 1,5 \tau $	(IV)
Schramm	$\frac{160a + 162}{R}$	(V)

A táblázatban  $R$  az ívsugár,  $a$  a tengelytávolság,  $b$  a futókörtávolság fele,  $h$  a külső sínszál túlemelése,  $g$  a nehézségi gyorsulás,  $\mu_s$  a súrlódási tényező a kerék-sín kapcsolatban és  $\tau$  a kompenzálatlan oldalgyorsulás:

$$\tau = \frac{v^2}{R} - \frac{h}{2b} g.$$

A leggyakoribb alak  $\frac{c}{R}$  vagy  $\frac{c}{R-R_{min}}$ , valamint adott ívsugár tartományokra különböző  $c$ ,  $R$  és  $R_{min}$  értékekkel [6]. Az összefüggések egy része kísérletekre alapozott és a mérések java az 1850-es és 1960-as évek közötti időszakból származik [(I) és (IV)], másik része pedig kvázistatikus szemléletű elméleti megközelítés eredménye az 1930-as és az 1960-as évek környékéről [(II), (III) és (V)].

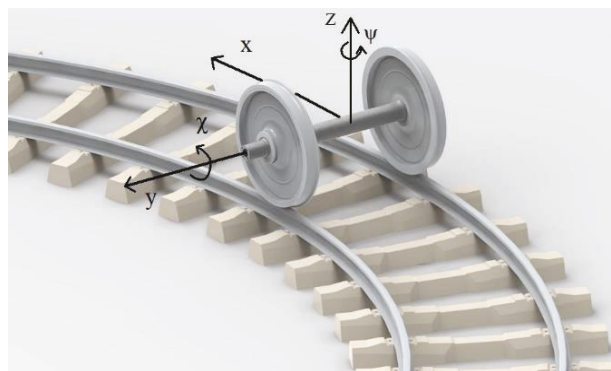
Előbbiekre jellemző, hogy alapvetően az ívsugártól függő értéket adnak a fajlagos ívellenállásra, esetlegesen sebességfüggő taggal kiegészítve az összefüggést, ahol a sebességfüggő tag a kompenzálatlan oldalgyorsulást ( $\tau$ ) jelenti, tehát paraméterei: a haladási sebesség, az ívsugár, a túlemelés és a futókörtávolság.

Az elméleti megközelítéssel kapott összefüggésekben a paraméterek rendszerint az ívsugár mellett a tengelytávolság, a futókörtávolság, valamint a nyomkarimán és futófelületen lévő erőkapcsolati tényezők értékei. Ha bizonyos paraméterek állandók, adódik egy egy paraméteres (ívsugár) vagy egy több paraméteres képlet.

Az elmúlt években a próbafutások, a próbapadokon végzett kísérletek, valamint a többletdinamikai szoftverek szimulációinak eredményeit is rendszerint a gyakorlatban alkalmazott  $\frac{c}{R}$  vagy  $\frac{c}{R-R_{min}}$  alakra hozták a szerzők. [7]-[9] Az ütköző-vonókészülékben ébredő erők ívellenállást befolyásoló hatását is vizsgálták számítógépes szimulációkkal. [10]

A vizsgálatunk célja, hogy pontosabb képet kapjunk egyetlen vasúti kerékpár ívben haladása során keletkező erőkről, azok jellegéről és a befolyásoló paramétereiről, végül az ellenálláserőről.

A táblázatban ismertetett összefüggések a gyakorlat számára többé-kevésbé kielégítő pontossággal szolgáltatják az ívellenállás értékét, ugyanakkor kvázistatikus szemléletet tükröznek. Tapasztalatunk szerint az ívellenállás-erő az ívben haladás során nem csak állandó értékű lehet, hanem időben változó erőhatásként is megnyilvánulhat.

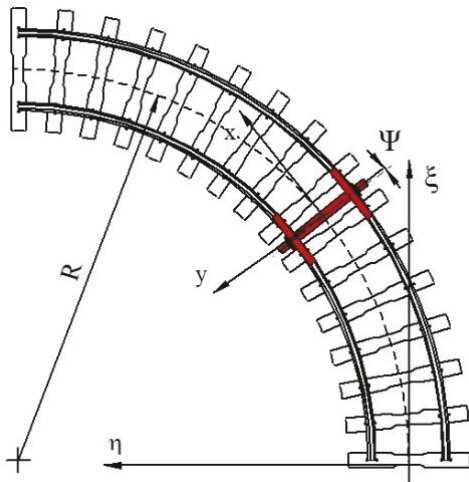


1. ábra Szabadon futó kerékpár az ívben

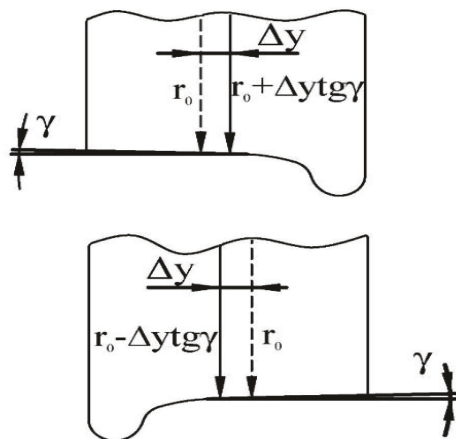
## 3. A DINAMIKAI MODEL

A dinamikai szimuláció során egy szabadon gördülő vasúti kerékpár merev testszerű modelljét tekintjük, amely egy kereszt- és függőleges irányban merev alátámasztású vágányon gördül. A kerékpár hosszirányban ( $x$ ) és keresztirányban ( $y$ ,  $\Delta y$ ) szabadon elmozdulhat, a forgástengely ( $\chi$ ) körül és a kerékpár tömegközéppontján áthaladó függőleges tengely ( $\psi$ )

körül is szabadon elfordulhat, így egy négy szabadságfokú dinamikai modellt vizsgálunk. A számítási eljárás során a kerékprofilokat tisztán kúposnak tekintjük. (1-3. ábra)



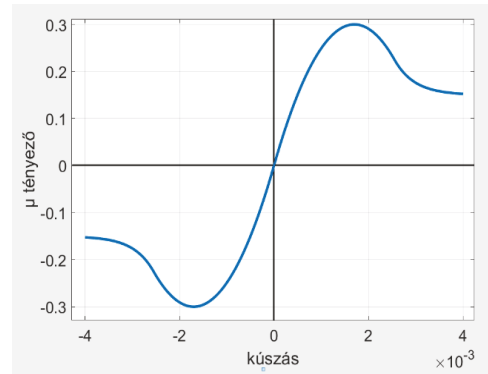
2. ábra: A kerékpár elhelyezkedése az ívben



3. ábra: A kerék geometriája

A dinamikai modell felállításakor arra törekedtünk, hogy a lehető legtöbb kölcsönhatás leválasztásával tisztán a kerék-sín kapcsolatból származó menetellenállás erőt határozzuk meg ívben futó kerékpár esetére.

A kúszási erőt  $\mu$  erőkapcsolati tényező és az érintkezési felületre merőleges, normál erő szorzataként számítottuk, ahol az erőkapcsolati tényező kúszástól való függését a [11] szerint modelleztük, és a fűrókúszási nyomatékot elhanyagoltuk. A Kalker-féle elméletet felhasználva a  $\mu(v)$  erőkapcsolati tényező függvény kezdeti meredekségét a gördülő kapcsolat érintkezési felületét közelítő kontaktellipszis féltengetelyhosszai függvényeként kezeltük. (4. ábra)

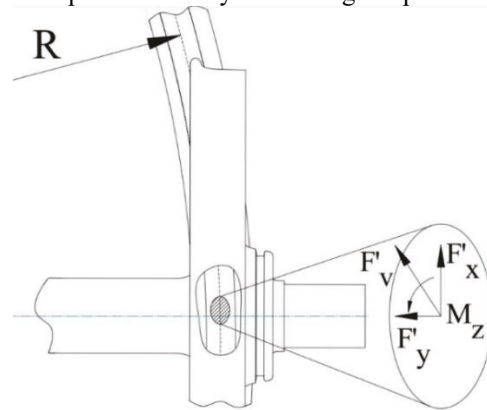


4. ábra: Az erőkapcsolati tényező kúszás függése

### 3.1. A keréktalp-sín kapcsolatban ébredő erők

Első lépésben felírjuk a kerék-sín kapcsolatban keletkező erőket. (5. ábra) Ehhez meg kell határozni a kerék-sín érintkezési helyén a kúszások értékeit.

Felírhatók a kerék-sín kapcsolatban keletkező kúszások hosszirányban a külső, illetve a belső érintkezési helyén. Ennek érdekében kiszámítjuk az érintkezési pontban érvényes sebességkomponenseket.



5. ábra: Erők és nyomaték az érintkezési ellipszisben

A kerékpár érintő irányú, haladási sebességéből származó sebességkomponensek ( $v'$ ) a külső (o index) és a belső (i index) keréken:

$$v'_o = \frac{\dot{x}}{R + \Delta y} \cdot (R + b) \quad \text{és} \quad v'_i = \frac{\dot{x}}{R - \Delta y} \cdot (R - b) \quad (1)$$

A kerék- és sínprofil miatt a  $\Delta y$  keresztirányú kitéréstől függően az érintkezési pont helye  $b \pm \Delta y$ .

A függőleges z tengely körüli szögelfordulásból származó sebességkomponensek ( $v''$ ):

$$v''_o = +\dot{\psi} \cdot (b + \Delta y) \quad \text{és} \quad v''_i = -\dot{\psi} \cdot (b - \Delta y) \quad (2)$$

A kerékpár saját, vízszintes y tengelye körüli szögelfordulásából származó sebességkomponensek ( $v'''$ ):

$$v'''_o = -\dot{\chi} \cdot r_o \cdot \cos \psi \quad \text{és} \quad v'''_i = -\dot{\chi} \cdot r_i \cdot \cos \psi \quad (3)$$

$$\text{ahol } r_o = r_0 - \Delta y \cdot \text{tg } \gamma \quad \text{és} \quad r_i = r_0 + \Delta y \cdot \text{tg } \gamma.$$

A hosszirányú kúszás az egyes sebességkomponensek összegeként adódik a sebességgel történő osztást követően:

$$v_{xo} = (v_o' + v_o'' + v_o''') \cdot \frac{1}{v_0} \quad (4)$$

$$v_{xi} = (v_i' + v_i'' + v_i''') \cdot \frac{1}{v_0} \quad (5)$$

A keresztirányú kúszásokat az alábbi összefüggések jelenítik meg:

$$v_{yo} = (\dot{y} - r_o \cdot \dot{\chi} \cdot \sin\psi + (b + \Delta y) \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\psi) \cdot \frac{1}{v_0} \quad (6)$$

$$v_{yi} = (\dot{y} - r_i \cdot \dot{\chi} \cdot \sin\psi - (b - \Delta y) \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\psi) \cdot \frac{1}{v_0} \quad (7)$$

A kúszásokat az alábbi vektorokba foglaljuk:

$$\underline{v}_o = [v_{xo}, v_{yo}]^T \text{ és } \underline{v}_i = [v_{xi}, v_{yi}]^T \quad (8)$$

Az erőkapcsolati tényezők meghatározásához képezzük az eredő kúszásokat:

$$v_{eo} = \sqrt{v_{xo}^2 + v_{yo}^2} \text{ és } v_{ei} = \sqrt{v_{xi}^2 + v_{yi}^2} \quad (9)$$

A kúszási erőket a [11] alapján a Kalker-féle nemlineáris elmélet szerint határoztuk meg. A (9) képlet szerinti  $v_{eo,i}$  eredő kúszásokhoz tartozó  $\mu_{eo,i}$  erőkapcsolati tényezőt a [12] szerint számítottuk, melyhez adottnak tekintettük a maximális erőkapcsolati tényezőt ( $\mu_0$ ) és a végtelen kúszáshoz tartozó erőkapcsolati tényezőt ( $\mu_\infty$ ).

Az így kapott  $\mu_{eo,i}$  erőkapcsolati tényezőket a kúszások arányában szétosztjuk:

$$\mu_{xo,i} = \frac{\mu_{eo,i}}{v_{eo,i}} \cdot v_{xo,i} \quad (10)$$

$$\mu_{yo,i} = \frac{\mu_{eo,i}}{v_{eo,i}} \cdot v_{yo,i} \quad (11)$$

Az érintkezési felületre ható normális irányú erők  $Q_o$  és  $Q_i$  futófelületre jutó kerékterhelésekből a  $\gamma$  futófelület félkúpszögével számíthatók:

$$N_{1o} = \frac{Q_o}{\cos\gamma} \text{ és } N_{1i} = \frac{Q_i}{\cos\gamma} \quad (12)$$

A mindenkor kúszási erők a normálerők és az erőkapcsolati tényezők szorzataként adódnak:

$$F_{xo,i} = N_{1o,i} \cdot \mu_{xo,i} \text{ és } F_{yo,i} = N_{1o,i} \cdot \mu_{yo,i} \quad (13)$$

A továbbiakban képezzük a kontakt felületen ébredő tangenciális irányú erők vektorát a külső és a belső keréktalpon:

$$\underline{F}_o(t, \underline{v}_o, Q_o, R, v_0) = [F_{xo}, F_{yo}] \quad (14)$$

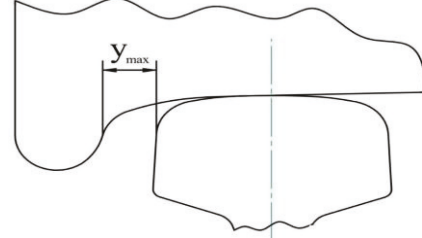
$$\underline{F}_i(t, \underline{v}_i, Q_i, R, v_0) = [F_{xi}, F_{yi}] \quad (15)$$

Végül a keréktalp-sín kapcsolatban disszipáló energiáram, mint teljesítmény az előbbi vektorok (14)-(15) és a hozzájuk tartozó sebességek skaláris szorzataként adódik:

$$P_T(t) = (\underline{F}_o \cdot \underline{v}_o + \underline{F}_i \cdot \underline{v}_i) \cdot v_0 \quad (16)$$

### 3.2. A nyomkarima érintkezés modellje

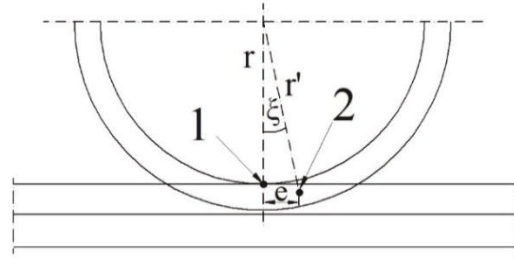
A számításhoz mindig kétpontos érintkezést feltételeztünk, ha a nyomkarima érintkezik a sínfejjel. Az érintkezés két pontja a keréktalpon és a nyomkarimán helyezkedik el.



6. ábra: A nyomjáték középhelyzetben

Az egyszerűsített modellben a nyomkarima érintkezés akkor áll elő, amikor a keresztirányú kitérés eléri az előre definiált nyomjáték felét ( $y_{max}$ ). (6. ábra)

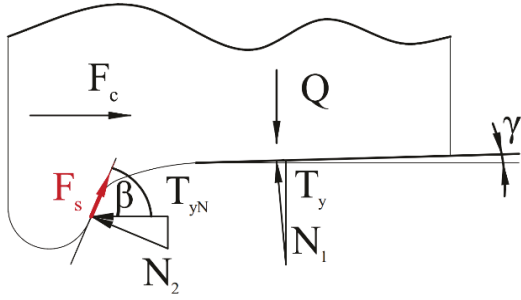
Az általunk feltételezett egyszerűsített profil esetében a keréksugár növekedés értékét ( $r'$ ) gyakorlati megfontolás alapján 14 mm-nek választottuk, feltételezve, hogy mindig ugyanakkora az „előzék” ( $e$ ) nagysága. (7. ábra) Az érintkező felületek közötti normális irányú erőt lineáris rugalmas kapcsolattal modelleztük a Hertz-féle elmélet szerint.



7. ábra: A keréktalp (1) és nyomkarima érintkezési pontjai (2)

A nyomkarimán ébredő érintkezési felületre merőleges irányú erő közelítő meghatározása során abból az egyszerűsítő feltételből indultunk ki, hogy a kerékpárra ható keresztirányú erőt nyomkarima érintkezés esetén a nyomkarimán és a futófelületen ébredő normális irányú erő, valamint a nyomkarimán ébredő súrlódóerő ( $F_s$ ) keresztirányú komponense egyensúlyozza. Ezzel megegyező módon a függőleges kerékterhelést a két ponton ébredő normálerő és a nyomkarimán ébredő súrlódóerő függőleges irányú komponense egyensúlyozza. (8. ábra)

Tételezzük fel továbbá, hogy az egyszerűsített kerékprofil nyomkarimáján létrejövő érintkezés síkja  $\beta$  szöget zár be a vízszintessel (x-y sík). Az alábbiakban a külső oldali kerék esetére szerepelnek az egyenletek.



8. ábra: A két pontos érintkezés esetén ébredő erők

A nyomkarima érintkezés elhelyezkedéséből adódóan mindig makrocúszás lép fel az érintkezési pontban, ezért állandó értékű  $\mu_N$  erőkapcsolati tényezőt használtunk a nyomkarimán.

A kerékpár, mint merev test keresztirányú kitérése  $\Delta y$ , melyből a geometria és a nyomkarima kapcsolatban lévő  $s_H$  Hertz-rugó merevsége ismeretében számítható a normális irányú erő a nyomkarimán:

$$N_{2o} = s_H \cdot (y_{max} - \Delta y) \cdot H(y_{max} - \Delta y) \cdot \sin\beta \quad (17)$$

ahol  $H$  a Heaviside-féle egységugrás függvényt jelöli.

A függőleges erők egyensúlyából adódik a keréktalpon létrejövő normális irányú erő:

$$N_{1o} = \frac{Q_o - N_{2o} \cdot \cos\beta - F_s \cdot \sin\beta}{\cos\gamma} \quad (18)$$

ahol  $F_s = N_{2o} \cdot \mu_N$  a súrlódó erő a nyomkarimán.

Fenti összefüggésekből az is látható, hogy normális irányú erő akkor jelentkezik, ha a kerékpár kitérés negatív, azaz a külső sínszálnál a sínfej felé irányuló, és abszolút értékben nagyobb  $y_{max}$ -nál; ellenkező esetben megszűnik a mechanikai érintkezés a nyomkarimán, ezért ott nem ébred normális irányú erő.

A nyomkarimán ébredő súrlódóerő hosszirányban:

$$F_{xNo} = F_{so} \cdot \cos\xi, \quad (19)$$

ahol  $\sin\xi = e/r'$  (7. ábra).

A nyomkarimán működő csúszási sebesség értéke hosszirányban, mely az érintkezési pont elhelyezkedése miatt közelítőleg a teljes csúszással egyenlő, a következőként számítható:

$$v_{xNo} = \left( \frac{\dot{x}}{R - y_{max}} \cdot (R + b - y_{max}) + \dot{\psi} \cdot (b - y_{max}) - \dot{\chi} \cdot (r') \cdot \cos\psi \right) \cdot \frac{1}{v_0} \approx v_{No} \quad (20)$$

A külső kerék nyomkarima érintkezése esetén a nyomkarima-sínfej érintkezési felületén disszipált teljesítmény:

$$P_{No}(t) = F_{so} \cdot v_{No} \cdot v_0 \quad (21)$$

Hasonló módon számítható a teljesítmény a belső kerék nyomkarima érintkezése esetén is.

### 3.3. Mozgásegyenletek

A szabadon futó kerékpár mozgásegyenleteinek felírásához szükség van a kerékpárra ható erőkre és nyomatékokra. Tekintettel arra, hogy ívben a kerékpárhoz kötött mozgó koordinátarendszer nem inerciarendszer, ezért meg kell határozni a tehetetlenségi erőket. Az ívből sugárirányban kifelé ható tömegerő definíció szerint az alábbi összefüggés szerint számítható:

$$\underline{F}_c = -m \cdot \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) \quad (22)$$

amelyet a kerékpárra alkalmazva skalárként az alábbi képlet ír le, figyelembe véve, hogy a kerékpár tömegközéppontja  $\Delta y$  keresztirányú kitéréssel  $R - \Delta y$  sugáron fut:

$$F_c = -m \cdot (R - \Delta y) \cdot \left( \frac{\dot{x}}{R - \Delta y} \right)^2 = -m \cdot \frac{\dot{x}^2}{R - \Delta y} \quad (23)$$

További, az ívben haladó merev testre működő erő a Coriolis erő, mivel a kerékpár haladás közben sugárirányú elmozdulást szenved. A Coriolis erő általánosan:

$$\underline{F}_{Cor} = -2 \cdot m \cdot \underline{\omega} \times \underline{v} \quad (24)$$

Alkalmazva a kerékpár mozgására, ahol az  $\underline{\omega}$  a kerékpár ívbenfutási szögsebességének és a  $\underline{v}$  a kerékpár keresztirányú kitérés sebességének felel meg, skaláris formába átírva az

$$F_{Cor} = -2 \cdot m \cdot \frac{\dot{x}}{R - \Delta y} \cdot \dot{y} \quad (25)$$

összefüggéshez jutunk, ahol az  $F_{Cor}$  a pálya érintőjének irányába mutat, pozitív  $\dot{y}$  esetén a mozgást akadályozó irányban.

A futófelületen a normális irányú erők keresztirányú komponense a külső és belső oldalon:

$$T_{yo} = N_{1o} \cdot \sin\gamma \text{ és } T_{yi} = -N_{1i} \cdot \sin\gamma \quad (26)$$

A nyomkarimán ébredő normálerő keresztirányú komponense, valamint a súrlódó erő keresztirányú komponense:

$$T_{yN} = N_{2o,i} \cdot \sin\beta \text{ és } F_{yN} = -F_{so,i} \cdot \cos\beta \quad (27)$$

Fentiek alapján a szabadon futó kerékpár mozgásegyenletei:

$$m \cdot \ddot{x} = F_{xo} + F_{xi} + F_{xN} + F_{Cor} \quad (28)$$

$$\Theta_y \cdot \ddot{\chi} = -F_{xo} \cdot r_o - F_{xi} \cdot r_i - F_{xN} \cdot r' \quad (29)$$

$$m \cdot \ddot{y} = +F_{yo} + F_{yi} + F_c + T_{yo} + T_{yi} + T_{yN} + F_{yN} \quad (30)$$

$$\Theta_z \cdot \ddot{\psi} = M_{zxo} + M_{zxi} + M_{zN} + T_{yN} \cdot e + F_{yN} \cdot e \quad (31)$$

ahol

$$M_{zxi} = -F_{xi} \cdot (b - \Delta y) \text{ és } M_{zxo} = F_{xo} \cdot (b + \Delta y) \quad (32)$$

és



$$M_{zN} = -F_{xN} \cdot (b - y_{max} - y_N) \quad (33)$$

Az  $y_N$  a sínfej keresztirányú méretének fele. Tovább írva a  $\underline{q}$  állapotvektor a

$$\underline{q} = [x \ \chi \ y \ \psi]^T \quad (34)$$

alakot nyeri. Az  $\underline{M}$  tömegmátrix:

$$\underline{M} = \langle m \ \theta_y \ m \ \theta_z \rangle \quad (35)$$

Valamint a (28-31) mozgásegyenletek jobb oldalán szereplő eredő mennyiségeket az  $\underline{F}$  állapotfüggő belső erők és nyomatékok vektorába foglalva:

$$\underline{F}(\underline{q}, \dot{\underline{q}}, R, \mu(v), \underline{Q}, \underline{c}, t) \quad (36)$$

ahol  $\underline{c}$  a rendszer geometriai paramétereit tartalmazó vektor:

$$\underline{c} = \underline{c}(b, r_0, \gamma, \beta) \quad (37)$$

Az előbbiekkkel a modellt leíró másodrendű nemlineáris differenciálegyenlet-rendszer:

$$\ddot{\underline{q}} = \underline{M}^{-1} \cdot \underline{F}(\underline{q}, \dot{\underline{q}}, R, \mu(v), \underline{Q}, \underline{c}, t) \quad (38)$$

$\underline{Q}$  a függőleges kerékterhelés vektora, eleme a külső és a belső kerékterhelés ( $Q_o, Q_i$ ).

A fenti differenciálegyenlet-rendszer megoldását numerikusan állítjuk elő a MATLAB program segítségével, felhasználva a beépített differenciálegyenlet-rendszer megoldó rutint.

### 3.4. A kerék-sín kapcsolatban disszipáló energia meghatározása

A disszipált munka értékét egy adott  $T$  időtartamú futást követően határozhatjuk meg, figyelembe véve az összes olyan kölcsönhatást, mely a rendszerből energiát vezet el. Feltehetjük, hogy a kerék-sín kapcsolatban keletkező disszipált teljesítmény az állandó futófelületi, illetve alkalomszerűen az egyik vagy másik nyomkarima érintkezéséből származik. Nyomkarimán disszipált teljesítmény csak akkor áll fenn, ha a nyomkarimán ébredő  $N_2$  normális irányú erő nagyobb, mint nulla. A (16) és (21) egyenletek összegeként kapjuk az összes disszipált teljesítményt:

$$P(t) = P_T(t) + P_N(t) \quad (39)$$

Adott  $t$  időtartam során a kerék-sín kapcsolatban disszipált teljesítmény munkáját a

$$W(t) = \int_0^t (P_T(\tau) + P_N(\tau)) d\tau \quad (40)$$

integrálösszeg adja meg. A továbbiakban a  $W$  energiadisszipáció értékét egységnyi ívhosszra és egységnyi súlyerőre kívánjuk meghatározni.

A fenti összefüggéssel egy elegendően hosszú időtartam alatt, elegendően hosszú út megtétele esetén

kiszámított munkához meghatározható egy olyan, állandó nagyságú erő, amelynek az adott útvonalon értelmezett munkája éppen akkora, mint a fentiekben kiszámított munka:

$$W = \int_0^s F_W(s) ds = \int_0^T (P_T(\tau) + P_N(\tau)) d\tau \quad (41)$$

Mindezek alapján az adott pályaszakaszon értelmezhető ívellenállás-erő az

$$F_W = \frac{W}{\int_0^T \dot{x}(t) dt} \quad (42)$$

összefüggéssel határozható meg. A fenti összefüggés tartalmazza továbbá az ellenállás-erő függését a választott paramétereiktől:

$$F_W = F_W(R, v_0, Q_o, Q_i) \quad (43)$$

Ezt a teljes kerékpár  $Q$  kerékterhelésével osztva az ívellenállás fajlagos értékét kapjuk ( $N/kN$ ):

$$f(R, v_0) = \frac{1}{Q} \cdot F_W(R, v_0, Q_o, Q_i) \quad (44)$$

A (44) képletben a fajlagos ellenállásérték a kerékpárra ható teljes ellenállásérték ívben, tehát nem az egyenes pályán haladás esetén tapasztalható ellenálláson felüli érték.

### 3.5. A szimulációs számítás

A vizsgálat alapját 16 különböző ívsugarú pályán történő futtatás képezte 250-1500 méteres ívsugarú intervallumban. A sebességtartomány 10-100 km/h volt 5 km/h-s felosztással és azzal a megkötéssel, hogy a kerékpár legnagyobb megengedett oldalgyorsulása  $0,75 \text{ m/s}^2$  volt. (9. ábra)

		250 m	300 m	350 m	400 m	450 m	500 m	600 m	700 m	800 m	900 m	1000 m	1100 m	1200 m	1300 m	1400 m	1500 m
45		x															
50	x	x															
55	x	x	x														
60	x	x	x	x													
65	x	x	x	x	x												
70	x	x	x	x	x	x											
75	x	x	x	x	x	x	x										
80	x	x	x	x	x	x	x	x									
85	x	x	x	x	x	x	x	x	x								
90	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x							
95	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x						
100	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x					

9. ábra: A vizsgált paramétertartományok

Az egyes ívsugarakon eltérő sebességgel haladó kerékpár szimulációs ideje változó volt annak megfelelően, hogy a kerékpár keresztirányú kitérése állandósult vagy periodikus volt. A disszipációk összegzése a futtatás kezdetén létrejövő tranzien jelenségek lecsengése után kezdődött. Jelen vizsgálatban a kerékpár haladási sebességét ( $\dot{x}$ ) és

szögsebességét ( $\dot{\chi}$ ) rögzítettük, így adott sebesség értékekhez tartozóan kaptuk az ellenállásért.

A szimuláció paramétereit a 2. táblázat tartalmazza.

2. táblázat: A szimuláció paramétereit

Paraméter	Érték	Mértékegys.
Futókörtávolság ( $2b$ )	1,5	m
Keréksugár ( $r_0$ )	0,42	m
Kerékpár tömege	1568	kg
Tehetlenségi ny. ( $\theta_y$ )	168	kgm <sup>2</sup>
Tehetlenségi ny. ( $\theta_z$ )	568	kgm <sup>2</sup>
Hertz-rugómerevség ( $s_H$ )	4,5	MN/m
Futófelület félkúpszöge ( $\gamma$ )	1/20	rad
Nyomkarima félkúpszöge ( $\beta$ )	70	°

#### 4. SZIMULÁCIÓS EREDMÉNYEK

A kerékpár mozgását először egyenes pályán vizsgáltuk. A geometriából származtatott, Klingel által meghatározott összefüggés alapján a szinuszfutás hullámhossza 15,76 méterre adódik, amivel összhangban volt a modell mozgásának hullámhossza (15,78 méter). A kis eltérés az eltérő megközelítési következménye: Klingel tisztán csak a geometriát veszi alapul; azonban a szimulációban a kúszási és tehetlenségi erők szerepet játszanak a mozgásban [13,14]. A szakirodalom szerint a felfüggesztés nélküli kerékpár mindig instabil, noha a kúszási erők csillapítóként működnek az energiadisszipáló hatásukkal, ezért létezik egy kis sebességtartomány, ahol a kerékpár mégis stabil. A modellünk ennek megfelelően viselkedett: alacsony sebességen, 10 km/h alatt csökkenő amplitúdójú szinuszfutással haladt (1 mm kezdeti kitérés esetén).

Ezt követően a kerékpár ívben történő futását vizsgáltuk, melynek célja a (44) egyenletben meghatározott ívellenállás kiszámítása volt a pályaisugár ( $R$ ) és a haladási sebesség ( $v_0$ ) függvényében. Az ívsugár függvényében a szokásos, ívsugár növekedésével monoton csökkenő reciprok ( $\frac{c}{R}$ ) jelleg helyett három szakaszt lehet megfigyelni:

1)  $R = 250$  m -  $450$  m között az ívsugár növekedésével csökken az ívellenállás.

2)  $R = 450$  m -  $600/700$  m (a sebességtől függően) között az ívsugár növekedésével átmeneti növekvő ívellenállás tapasztalható.

3)  $R = 600/700$  m felett szintén csökken az ívellenállás az ívsugár növekedésével.

Az eltérő jellegre az ad magyarázatot, hogy az  $R = 700$  m környékén a keréktalpi erőkapcsolati tényező eléri maximumát, majd az ívsugár csökkenésével együtt járó keréktalpi csúszás további növekedésével

ugyancsak csökkenni kezd, ami kisebb keréktalpon jelentkező energiadisszipációt eredményez.

$R = 450$  m körül az erőkapcsolati tényező eléri a csúszáshoz tartozó legkisebb értéket, ennél kisebb ívsugarak esetén már nem csökken tovább, így az ívsugár további csökkenésével a folyamatosan növekedő, nyomkarima-érintkezésből származó veszteség fogja meghatározni az ívellenállás jellegét.

A kerékpár haladási sebességének hatása az ívellenállásra különböző ívekben más és más módon jelentkezett, de a fő tendencia a sebesség növekedésével növekvő ívellenállás volt, ami az 1. táblázat (IV) összefüggésével van összhangban:

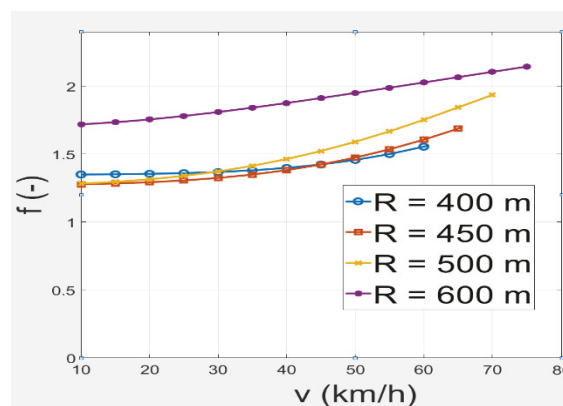
1)  $R = 250$  m esetén növekvő kerékpársebesség mellett csökkent az ívellenállás.

2)  $R = 300-350$  m, valamint  $1000-1200$  m pályaisugár esetén eleinte növekvő kerékpársebesség csökkenő ívellenállást eredményezett, bizonyos sebességek fölött viszont ezzel ellentétes tendenciát tapasztaltunk.

Az 1) és 2) eset azzal magyarázható, hogy a kerékpársebességgel arányosan növekszik a nyomkarimán ébredő, az érintkezési felületi normális irányába mutató erő, melynek az „előzék” miatt a kerékpár ívben történő befordítását segítő nyomatéka van. Az ívellenállás tekintetében ez a jelenség két, egymással ellentétes hatást mutatott: a nyomkarimán nagyobb, a keréktalpon kisebb energiadisszipáció adódott.

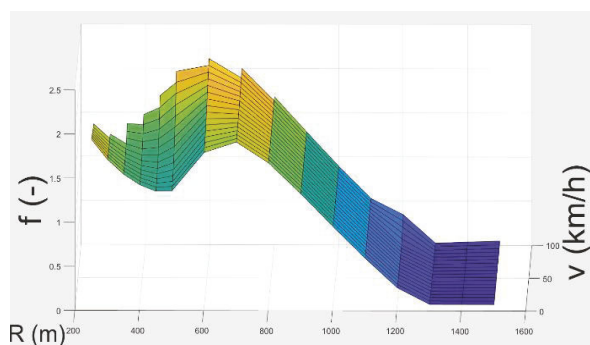
Meg kell jegyezni, hogy ez a jelenség elhanyagolható mértékben befolyásolta az ívellenállást, mindössze néhány százalékos csökkenést eredményezett.

3) A további esetekben a sebességgel arányosan növekedett az ívellenállás a pályaisugártól függően különböző mértékben. A kerékpár-sebességtől függő legnagyobb mértékű változás az  $R = 400-600$  m-es pályaisugár tartományban volt megfigyelhető, itt 18-51 %-kal növekedett az ívellenállás. (10. ábra) Ennél nagyobb sugarú ívekben a maximális keresztirányú gyorsulásra előírt feltételből származó sebességhatár miatt a nyomkarimán ébredő erő megváltozása kisebb mértékű.



10. ábra A sebességfüggés ( $R = 400-600$  m)

A két változó függvényében kapott fajlagos ellenállásértékeket a 11. ábrán látható jellegfelület összegezi.



11. ábra A jellegfelület

Az  $R = 1300$  m az az ívsugár, ahol a kerékpár kúpos futófelületéből adódóan a nyomjáték kimerülése nélkül, azaz csak futófelületi érintkezés mellett képes haladni az ívben. Nyomkarima érintkezés ennél nagyobb sugarú ívekben csak az említett instabil futás és a sebesség növekedése miatt egyre nagyobb, sugárirányban kifelé mutató tömegerő miatt, periodikusan jelentkezett. Az ebben az esetben kapott ellenállásérték nagyságrendileg kisebb volt az állandó nyomkarima érintkezéssel történő haladásnál tapasztaltakhoz képest.

## 5. ÖSSZEFOGLALÁS

A tanulmány célja egy környezetéből kiemelt vasúti kerékpár ívben haladásának vizsgálata volt a kerék-sín kapcsolatban disszipált munka és az ebből származtatható ívellenállás meghatározására. Az eredmények többféle tendenciát mutatnak. A numerikus szimuláció során kapott eredmények alapján alapvetően az előzetes elvárásoknak megfelelően az ívsugárral fordítottan arányosan változott az ívellenállás, azonban a kerék-sín kapcsolatban lévő nemlinearitás miatt egy tartományban ezzel ellentétes viselkedés volt megfigyelhető.

Az ívellenállás paramétereiktől való függésének mélyebb megismerésének céljából további vizsgálati lehetőségek:

- valós kerék és sín profil használata;
- a kerékpár a szabad mozgását korlátozó hosszirányú-, illetve keresztirányú rugalmas kerékpárbekötés alkalmazása;
- ívellenállás numerikus szimuláción alapuló vizsgálata teljes járműmodell, valamint a környező járművekből származó erők figyelembe vételével;
- adott jármű típus esetén kutatás tárgya lehet továbbá az eltérő kopottságú kerék és sínprofilok használatának következménye, valamint a dinamikai szimuláció lehetőségeit kihasználva a különböző minőségű, azaz más-más gerjesztéssel bíró pálya hatásának elemzése.

## 6. IRODALOM

- [1] RÖCKL A.: Die Versuche der bayer. Staatseisenbahn über die Widerstände der Eisenbahnfahrzeuge bei ihrer Bewegung in den Gleisen, *Zeitschrift für Baukunde*, Vol. 3, No. 4 (1880), pp. 541-562.
- [2] PROTOPAPADAKIS: Bemerkungen über die zur Berechnung des Krümmungswiderstandes angewendeten Formeln, *Monatsschrift der Internationalen Eisenbahn-Kongress-Vereinigung*, Aprilheft 1937, pp. 1540.
- [3] PARODI H.: *La Traction électrique et le chemin de fer*. Paris, 1935
- [4] ASTAKHOV P. N.: Resistance to Motion of Railway Rolling Stock, Moscow 1965, pp. 112-120,
- [5] SCHRAMM G.: Curve resistance, *Bulletin of the Int. Railway Congress Association*, Vol. 40, No. 7 (1963), pp. 483-491.
- [6] SAPRONOVA S., TKACENKO, V.: Rail Vehicles: The Resistance to the Movement and the Controllability, Duit State University of Infrastructure and Technology, 2017, pp. 18-25.
- [7] LUKASZEWICZ P.: Running resistance - results and analysis of full-scale tests with passenger and freight trains in Sweden. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, Vol. 221 (2007), No. 2, pp. 183-193.
- [8] OZAKI T., NAKAI T.: Evaluation of a Steering Bogie about Running Resistance and Power Consumption. *Proc. of the 15th International Conference on Railway Bogies and Running Gears*, Dep. of Rolling Stock of the SSME, 2016, pp. 269-278.
- [9] WU Q., WANG B.: Curving Resistance from Wheel-Rail Interface, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 60, No. 3 (2020), p. 1018-1036.
- [10] WU Q. - WANG B.: Implications of Lateral Coupler Forces for Rail Vehicle Curving Resistance, *Journal of Computational and Nonlinear Dyn.*, Vol. 16, No. 3 (2021), pp. 031002.
- [11] GARG V. K. - DUKKIPATI R. V.: Dynamics of railway vehicle systems, *Academic Press*, 1984, pp. 125-128.
- [12] ZOBORY I.: Az erőkapcsolati tényezőről, *Vasúti Járművek Tanszék T 4321 számú kutatási jelentése*, 1993, Budapest
- [13] POMBO J.: A new wheel-rail contact model for railway dynamics, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 45, No. 2 (2007), pp. 165-189.
- [14] MOHAN A.: Nonlineari investigation of the use of controllable primary suspensions to improve hunting in railway vehicles, Diplomamunka, 2003, Virginia Tech, USA