

INDIREKT HIPERELASZTIKUS ANYAGMODELL IDENTIFIKÁCIÓ AUTÓIPARI GYÁRTÓSOR TÖMÍTÉSSZERELÉSI ADATAINAK FELHASZNÁLÁSÁVAL

INDIRECT HYPERELASTIC MATERIAL MODEL IDENTIFICATION USING PRODUCTION LINE DATA OF AUTOMOTIVE SEALING ASSEMBLY PROCESS

Sári-Barnác Viktor*, Dr. Goda Tibor János**

ABSTRACT

Finding parameters of hyperelastic material models are cost and labor extensive due to the need of specialized equipment and the complex behavior of elastomers. This research studies the opportunity to determine the material parameters of a two-parameter, compressible Mooney-Rivlin hyperelastic constitutive material model indirectly using finite element analysis and large amount of series production data of sealing assembly process, also incorporates the analysis of other relevant parameters, such as friction and temperature.

1. BEVEZETÉS

Napjainkban az autóipar jelentős kihívásokkal néz szemben, nem csak a beszállítói láncok instabilitása miatt, hanem a károsanyag kibocsátás csökkentését előíró direktívák hatására is. Ez főként a belsőégésű motor által működtetett hajtáslánc tisztán elektromosra cserélését eredményezi.

Az elektromos gépjárművek esetén a klasszikus motortér üzemi körülményei megváltoznak, az elektromotorok jelentősen kisebb veszteséghőjének nedveségtartalom korlátozó hatása kevésbé érvényesül, így a tipikusan motortérbe helyezett szerkezeti elemek nedvesség okozta kémiai igénybevétele (korrózió) megnövekszik, ezért tömítettségük és megbízhatóságuk kiemelt jelentőségűvé váltak.

Ilyen tipikus szerkezeti egység az elektromos kormánygép, ahol a rendszer tömítettsége ASIL D (fokozottan biztonságkritikus) besorolású az ISO 26262 szabvány szerint [1].

Jelen tanulmány a tömítőrendszerek megbízhatóságának fokozását célzó doktori kutatás keretében a Robert Bosch Kft. által gyártott elektromos kormánygép szervomotor rendszerének tömítés-szerelési folyamatának numerikus modellezésével foglalkozik,

ezen belül is *hiperelasztikus* elasztomer anyagmodell gyártósori adatokra alapozott identifikációjával.

A szerelési folyamatot azonban nem csak a tömítés időfüggetlen *hiperelasztikus* viselkedése, hanem annak idő- és hőmérsékletfüggő viselkedése és a gumi súrlódása is meghatározza. A tömítés viselkedését többek között befolyásolja a felületek minősége [2], a szerelés sebessége [3], az elasztomer *viszko-elasztikus* viselkedése [4], [5], valamint az adhézió [6], [7]. A tömítés várható viselkedésének vizsgálatához [8] pontos anyagmodellek ismerete szükséges, amik azonban költséges és/vagy összetett laborvizsgálatokat igényelnek [9].

Könnyen elérhető mérőrendszer az extenzométerrel szerelt szakítógép, azonban az anyagparaméterek kizárólag egytengelyű húzásra történő kalibrálása jelentős pontatlanságot eredményez, ha a tömítés igénybevétele összetett [10],[11].

2. PARAMÉTERIDENTIFIKÁCIÓ GYÁRTÓSORI ERŐ-ELMOZDULÁS MÉRÉS ALAPJÁN

2.1. A tömítésszerelés tribológiai rendszere

A vizsgált tömítésszerelési folyamat rendszerlemei az **1. ábrán** látható kormánygép szervomotorjába kerülnek beépítésre. Ezek a következők:

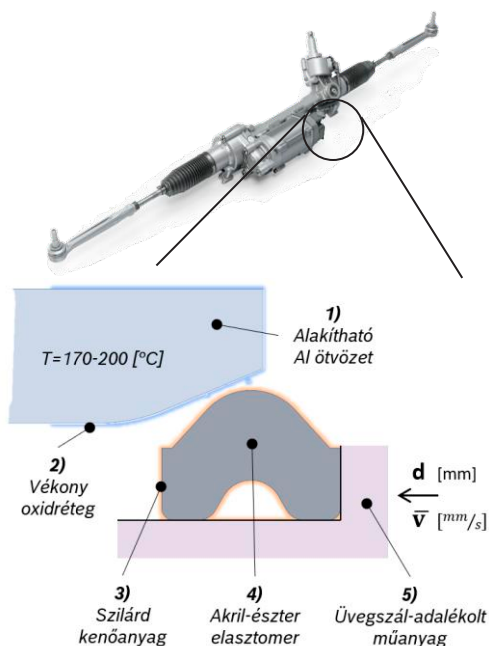
- **1) Motorház:** képlékenyalakítással (*hátrafolyatás – impact extrusion*) gyártott *AlMgSi0.5* ötvözetből készült hengeres gépelem.
- **2) Oxidréteg:** légkör hatására létrejövő, gyártástechnológiából adódóan felkeményedett felületen képződött.
- **3) Kenőanyagfilm:** többkomponensű, hőkezelés révén szilárdított filmréteg, feladata a szerelési erő stabilizálása és csökkentése.
- **4) Alakos tömítés:** korommal adalékolt, akril-észter elasztomer (*AEM*), feladata tömítőhatás elérése az

* PhD hallgató, Óbudai Egyetem, Biztonságtudományi Doktori Iskola, vezető szakértő, Robert Bosch Kft., Magyarország

** egyetemi tanár, Óbudai Egyetem, Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar, Természettudományi és Alapozó Tantárgyi Intézet

ellenfelületekkel történő érintkezés révén, keménysége 65-75 [IRHD].

- **5) Tartóelem:** vékonyfalú hengeres gépelem, UV stabilizált polibutilén-tereftalát (PBT) üvegszál-adalékolt változatából készült.



1. ábra Elektromos kormánygép szervomotor tömítőelemének tribológiai rendszere

A szerelési folyamat során, a külső hengeres elemet (1) indukciós elven hevítik, melynek hőmérséklete a tömítéssel való érintkezéskor $T = 170 \dots 200 \text{ °C}$. A szilárd kenőanyaggal bevont (3) alakos tömítőelemet (4) a szerelési folyamat előtt egy vékonyfalú csőre húzzák fel (5).

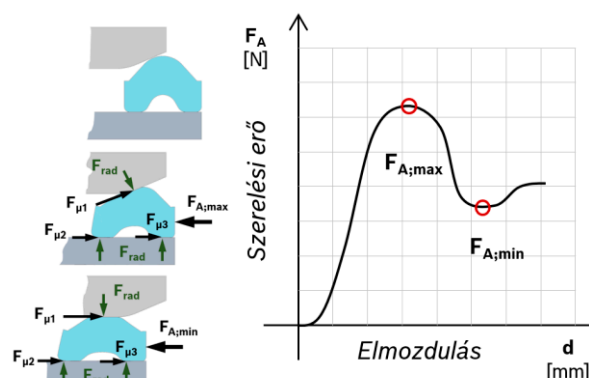
A szerelési folyamat során a vékonyfalú cső elem tengelyirányban elmozdul $v = 10 \text{ mm/s}$ sebességgel, $d \text{ [mm]}$ út megtételéig. Eközben a tömítés az ellenfelületen kialakított letörésen ($\alpha = 22 \dots 24 \text{ °}$) elmozdulás kényszer révén előfeszítésre kerül, amely során $c = 20 \dots 30 \text{ %}$ -kal nyomódik össze radiális irányban eredeti méretéhez képest az átfedés következtében.

A szerelési folyamat kezdeti szakaszán a tömítés a letöréssel érintkezve súrlódik, azonban a szerelési erő nem csak a súrlódásból, hanem a tömítés összenyomása során létrejövő rugalmas erőhatásból is áll, majd áthaladva a henger-letörés felület áthatásán lévő rádiuszon eléri a 2.ábrán látható $F_{A,max}$ lokális maximumát.

Ezt követően a rádiusz alsó pontjái a szerelési erő eléri az $F_{A,min}$ lokális minimumát, majd egy $F_{A,min} < F_A \ll F_{A,max}$ értéken stabilizálódik.

A szerelési folyamat során, mind az erőértékek, mind az elmozdulás értékek rögzítésre kerülnek. Az erő mérése $0,01 \text{ N}$ pontosságú erőmérő cella segítségével, az

elmozdulás pedig $0,01 \text{ mm}$ pontossággal optikai elven kerül mérésre.



2. ábra Jellegzetes erőlefutás a tömítés szerelése során

Feltételezzük, hogy ezen két lokális erőérték a szerelési folyamat karakterisztikus jellemzője.

2.2. Tömítőanyag mechanikai viselkedésének modellezése

A szerelési folyamat komplexitása nem csupán az ott lezajló súrlódási jelenségekből, hanem a tömítés anyagának (elasztomer) komplex viselkedéséből is adódik. A tömítés mechanikai viselkedésének leírására, kétparaméteres, összenyomható Mooney-Rivlin-féle anyagmodellt használunk, ahol az alakváltozási energia-sűrűség az alábbi összefüggéssel adható meg [12]:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + \frac{1}{D_1}(J - 1)^2, \quad (1)$$

ahol C_{10}, C_{01}, D_1 hőmérsékletfüggő anyagparaméterek, I_1, I_2 a Green-féle alakváltozási tenzor skalár invariánsai, J pedig a térfogatváltozást jellemzi.

Egytengelyű feszültségállapotot feltételezve a főfeszültségek az alábbi formát öltik [13], [14]:

$$\sigma_{11} = 2D_1^{-1}\lambda_T^2(\lambda\lambda_T^2 - 1) + \frac{4(\lambda^2 - \lambda_T^2)(C_{10}\lambda + C_{01}(\lambda\lambda_T^2)^{1/3})}{3\lambda^2(\lambda\lambda_T^2)^{2/3}} \quad (2)$$

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = 2D_1^{-1}\lambda\lambda_T^2(\lambda\lambda_T^2 - 1) - \frac{4(\lambda^2 - \lambda_T^2)(C_{10}\lambda(\lambda\lambda_T^2)^{1/3} + C_{01}(\lambda\lambda_T^2)^{2/3})}{3\lambda^2\lambda_T^3}, \quad (3)$$

ahol λ a hosszirányú-, λ_T pedig a keresztirányú fajlagos ívhossz, ami numerikus úton $\sigma_{33} = 0$ feltétel teljesítésével határozható meg. A szakirodalom tárgyalja további feszültségállapotok eseteit is [13]–[15].

2.3. Tömítésszerelés numerikus modellezése

A szerelési folyamat komplexitását tovább fokozza a tömítés geometriája, így annak vizsgálatát numerikus (végeselem) módszerrel célszerű elvégezni.

A szerelési folyamat modellezése *nemlineáris*, 2D tengelyszimmetrikus problémaként, *Nastran* (CREO 4.0) környezetben történt. A tömítés (AEM) esetében összenyomható (*compressible*) kétparaméteres *Mooney-Rivlin*-, a többi elem esetében pedig lineárisan rugalmas (*Hooke törvény*) anyagmodell került alkalmazásra.

A tömítés anyagparamétereinek kiindulásként felvett értékeit (lásd iteráció során használt kiindulási értékek) az 1. táblázat foglalja össze [9].

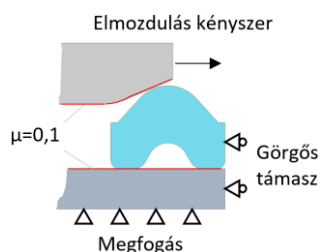
1. táblázat *Akril-észter elasztomer (AEM) összenyomható Mooney-Rivlin-féle anyagparaméterei*

C_{01} [MPa]	C_{10} [MPa]	D_1 [1/MPa]	α [$\mu\text{m}/\text{mK}$]
0,90	0,30	0,017	230

A tömítést támasztó elem (PBT) esetében $E = 9 \text{ GPa}$ az ellenfelületnél (Al) pedig $E = 70 \text{ GPa}$ rugalmassági modulusz értékek kerültek alkalmazásra. Mindkét esetben a *Poisson-tényező* $\nu = 0,35$.

A mechanikai kényszerek a 3. ábrán látható módon kerültek definiálásra, ahol a tömítést alulról támasztó elem került megfogásra (*fixed support*).

Modellezési megfontolások alapján, a letörést tartalmazó ellenfelületre elmozdulás kényszer (*forced displacement*) lett alkalmazva, az érintkező felületek esetén pedig súrlódó kapcsolat (*frictious contact*) került definiálásra, egyúttal modellezési megfontolások alapján *Coulomb-féle* súrlódást feltételeztünk az érintkező felületek között.



3. ábra Tömítésszerelés 2D tengelyszimmetrikus modelljének mechanikai peremfeltételei

Hálózáshoz speciális elem került alkalmazásra (*mapped mesh*), ami hálóérzékenységi vizsgálatokkal addig került finomításra, amíg az egymás követő szerelési szimulációk különbsége teljesítette a $\Delta F < 0,1 \text{ N}$ feltételt.

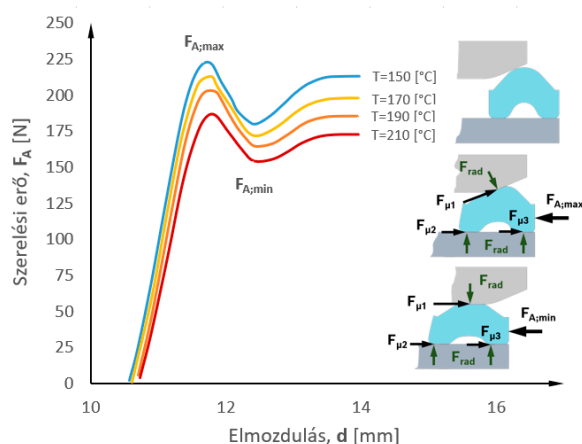
2.4 Paraméteridentifikáció

Mivel jelentős mennyiségű gyártósori adat áll rendelkezésre, így célszerű olyan megközelítés használata, ami megfelelően szemlélteti a szerelési sokaság viselkedését. Ebből a célból a szerelési adatsorok (2. ábra) tömítésszerelési erő-elmozdulás görbéinek lokális erőértékei ($F_{A,min}$, $F_{A,max}$) alapján kerülnek

összehasonlításra és numerikus szimulációval különböző szerelést befolyásoló paraméterek hatását vizsgáljuk (*hőmérséklet, anyagparaméterek, súrlódási tényező*).

2.4.1 Szerelési hőmérséklet hatása

A tömítés szerelés relatívan gyorsan ($v = 10 \text{ mm/s}$) zajlik le, továbbá a tömítés anyaga rossz hővezető ($\lambda = 0.1 \dots 0.3 \text{ W/mK}$) így feltételezzük, hogy a tömítés szempontjából a szerelési folyamat adiabatikus, tehát a hőmérséklet hatását elegendő az ellenfelület - 1. ábra szerint 1) – hőtágulásával figyelembe venni ($\alpha = 24 \mu\text{m}/\text{mK}$), így lényegében a létrejövő p kontaktnyomásra gyakorolt hatást a tömítés változó mértékű (*fordítottan arányosan*) komprimálása révén.



4. ábra Hőmérséklet hatása a számított tömítésszerelési erőre adiabatikus folyamatot feltételezve

A hőmérséklet szerelési erőre gyakorolt hatása 4. ábrán látható. A szimuláció az 1. táblázat szerinti anyagparaméterekkel és $\mu = 0,1$ súrlódási tényező használatával készült. A hőmérséklet hatása a várható szerelési hőmérsékleten $T \cong 170 - 190 \text{ °C}$ -on nem jelentős; $F_{A,max} = 203 \dots 214 \text{ N}$ és az $F_{A,max}/F_{A,min} = 1,22 \dots 1,24$ aránypárra elhanyagolható, továbbá a gyártósori folyamatszabályzás eredményeként szórása minimális, így a értékét $T = 180 \text{ °C}$ -ra vesszük fel.

2.4.2 Anyagparaméterek hatása

A gumi összenyomhatóságát leíró D_1 paraméter szakirodalmi javaslatok alapján felvett értéke [16]:

$$D_1 = \frac{2}{n(C_{10} + C_{01})}, \quad (4)$$

ahol az $n [-]$ értéke a *Poisson-tényező* értékétől függ, $\nu = 0,452 \dots 0,495$ esetén $n = 10 \dots 100$, jelen esetben értéke $n = 50$. A szimuláció eredményeit a 2. táblázat foglalja össze.

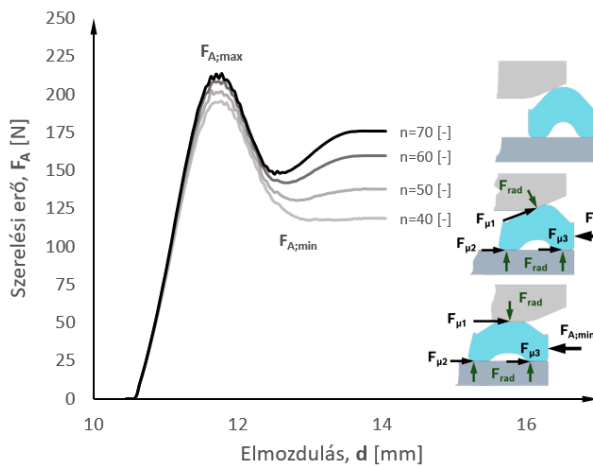
Fontos megjegyezni, hogy ezen paramétereknek nem volt kimutatható hatása a *lokális erőminimumot* követő görbe lefutására.

A táblázatban szereplő eredmények alapján megállapítható, hogy amennyiben a C_{10}/C_{01} arány nem változik, akkor az $F_{A,max}/F_{A,min}$ sem, valamint egységnyi változás (növekmény) hatása azonos mértékben befolyásolja (növeli) a szerelési erőt.

2. táblázat Mooney-Rivlin anyagparaméterek ([MPa]) hatása a számított lokális szerelési erőértékekre([N]) és arányukra, $F_{A,max}/F_{A,min} = \dots$ [-]

	$C_{10}=0,20$	$C_{10}=0,25$	$C_{10}=0,30$
$C_{01}=0,70$	164/135 = 1,215	173/142 = 1,218	182/148 = 1,230
$C_{01}=0,80$	182/148 = 1,230	190/156 = 1,22	198/163 = 1,215
$C_{01}=0,90$	198/165 = 1,200	207/168 = 1,23	216/175 = 1,234

Abban az esetben, ha rögzített C_{10}, C_{01} mellett változtatjuk az n értékét, az **5.ábrán** látható eredményeket kapjuk.



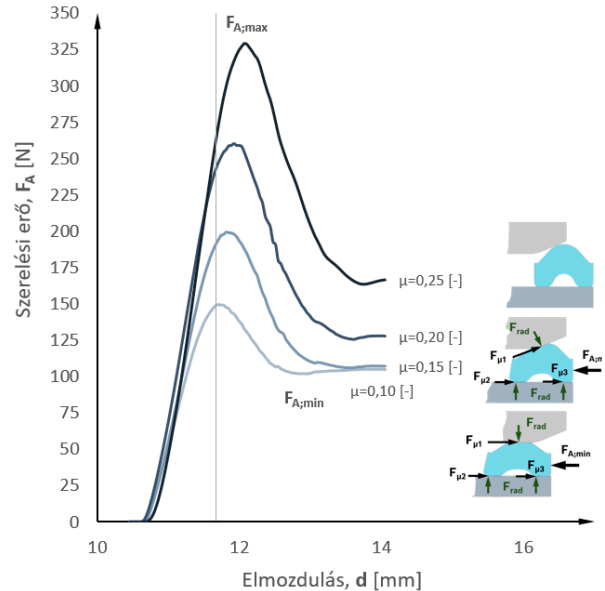
5. ábra A gumi összenyomhatóságának hatása a számított tömítésszerelési erőre

Az ábra alapján megállapítható az, hogy amennyiben az n növeljük, azaz a *Poisson-tényező* értéke közelíti a $\nu = 0.5$ értéket - tehát a *tökéletesen összenyomhatatlan állapotot* - a szerelési érték maximuma kevésbé, a minimuma fokozottan – így arányuk is – és az azt követő erőérték (egyfajta visszarugózást produkálva) pedig jelentősen változik.

A fentiek alapján következik, hogy a lokális minimumot követő erő értéke szintén a szerelés *karakterisztikus* jellemzője, azonban gyártósori adatokon alapuló vizsgálatát egy párhuzamosan lezajló, erőhatással járó szerelési folyamat zavaró hatása nem teszi lehetővé, így további vizsgálatától eltekintünk.

2.4.3 Súrlódás hatása

A súrlódás hatásának vizsgálatához egyszerű, *Coulomb-féle* súrlódást feltételeztünk, ami esetünkben azt jelenti, hogy a súrlódási tényező értéke állandó. Alkalmazhatóságát a gyártósori erő-elmozdulás görbék felfutási szakaszának közel lineáris viselkedése is alátámaszt.



6. ábra A súrlódási tényező változtatásának hatása a számított tömítésszerelési erőre

A súrlódási tényező növelésének hatása a szerelési erőre a **6.ábrán** látható. Az eredmények alapján megállapítható, hogy a súrlódás hatása a szerelési erőre jelentős és *nemlineáris*, továbbá a szerelési görbe maximumát kijelölő inflexiós pont pozícióját is befolyásolja, így a szerelési adatsor vizsgálatánál helyzetfüggetlen megközelítés szükséges.

Korábbi mérések alapján és minőségirányítás eredményeként a súrlódási tényező várható értéke $\mu < 0,25$. Fontos kiemelni továbbá, hogy a letörés a súrlódás következtében $\mu \geq 0,3$ értéket elérve önzáróvá válik.

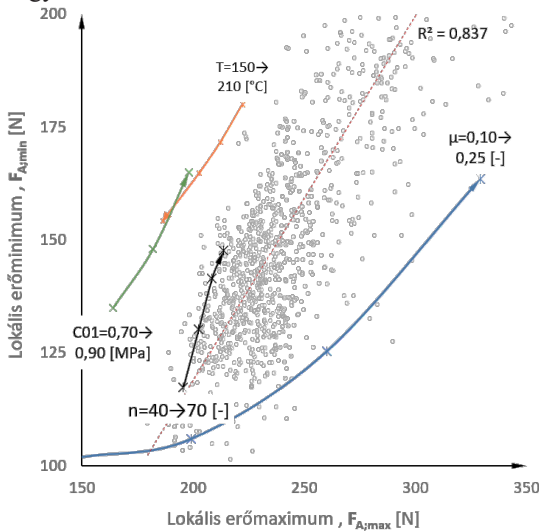
2.5 Gyártósori adatok komplex vizsgálata

Az előzőekben megismertek figyelembevételével a továbbiakban a gyártósori adatok vizsgálatára kerül sor, ahol keressük azokat az anyagparamétereket, amelyek a szerelési sokaságot jól jellemzik.

A **7.ábrán** gyártóüzemi körülmények között rögzített (és más folyamatot is tartalmazó) erő-elmozdulás görbék tömítésszerelésének $F_{A,max}$ és $F_{A,min}$ erőértékei láthatóak. Vizsgáljuk továbbá a korábban ismertetett paraméterek *lokális minimum és maximum* erőérték-párok eloszlására gyakorolt hatását. A gyártósori adatpárok eloszlása egyenesen jól közelíthető $R^2 = 0,84$.

Az ábra alapján a szerelést befolyásoló paraméterek tekintetében a következő következtetések tehetőek meg:

- **Hőmérséklet (T):** hatása mérsékelt és hevítési hőmérséklet figyelembevételével a tapasztalt eloszlást önmagában nem okozhatja. Kizárható továbbá az anyagparaméterek hőmérsékletfüggésének a hatása is, mivel az esetleges hőközlés ideje minden esetben azonos.
- **Anyagparaméterek (C_{01}, D_1):** hatásuk szintén mérsékelt, illetve jelentős mértékű szórásuk nem várható, így a tapasztalt eloszlást önmagában nem okozhatják.
- **Súrlódás (μ):** hatása különösen jelentős, az eloszlást részben indokolja, mivel az eloszlásra gyakorolt hatása *nemlineáris*.



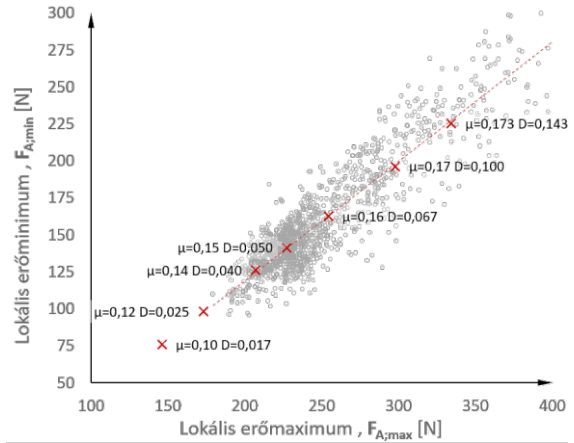
7. ábra A tömítésszerelés paramétereinek hatása a karakterisztikus szerelésjellezők eloszlására és azok összehasonlítása gyártósori értékpárokkal

Az előzők figyelembevételével a gyártósori adatpárookra történő illesztés során több paraméter egyidejű változtatására volt szükség.

A gyártósori lineáris eloszlás létrehozása $C_{01} = 0,65 \text{ MPa}$ és $C_{10} = 0,20 \text{ MPa}$ összenyomhatatlan anyagparaméterek mellett, az összenyomható paraméter $D = 0,017 \dots 0,1 \text{ MPa}^{-1}$ és a súrlódási tényező $\mu = 0,10 \dots 0,173$ egyidejű változtatásával volt csak lehetséges, ahogy az a **8. ábrán** látható.

Az eloszlás linearitását jól közelítő anyagparaméter változás a **2.4.3. fejezetben** megismertek alapján egy olyan fizikai effektussal magyarázható, ami egyszerre befolyásolja az anyag rugalmas energiatároló képességét egyfajta hiszterézist okozva - azaz a *lokális minimum erő követő visszarugózás mértékét mérsékelve* - valamint a súrlódást is növeli.

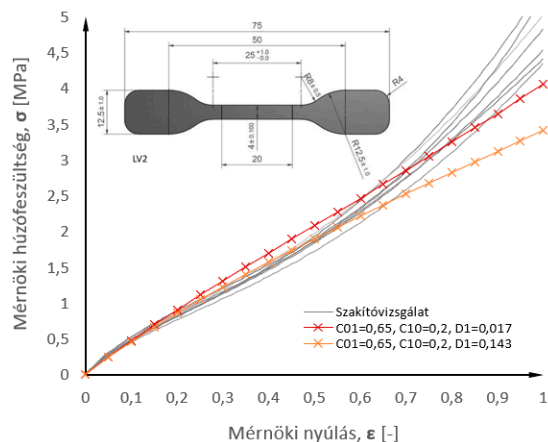
Az említett paraméterek szimultán változását jól leíró jelenség az *elasztomerek viszko-elasztikus* viselkedése [4], ami egyúttal a súrlódást is fokozza [9], továbbá az alapanyag koromtartalma okán feltételezhető *Mullins-hatás* [17] is.



8. ábra Gyártósori adatpárookra illesztett összenyomható ($D \text{ [MPa}^{-1}]$), hiperelasztikus anyagmodell ($C_{01} = 0,65 \text{ MPa}$, $C_{10} = 0,20 \text{ MPa}$) eloszlásra gyakorolt hatása a súrlódás μ [-] figyelembevételével

2.6 Számított húzókarakterisztika ellenmérése

A szimuláció eredménye alapján identifikált anyagparaméterek validitását szakítóvizsgálattal ellenőriztük. A szakítóvizsgálatok 7 darab, ISO 37 szabványnak megfelelő 2-es típusú próbatesttel készültek, a próbatestek stancoló szerszámmal kerültek legyártásra, a lemez előgyártmány hengerlési irányával párhuzamosan.



9. ábra Gyártósori adatokra illesztett anyagmodellel számított húzókarakterisztika ($C_{01} \text{ [MPa]}$, $C_{10} \text{ [MPa]}$, $D_1 \text{ [MPa}^{-1}]$) összehasonlítása szakítóvizsgálati eredményekkel

A próbatestek keresztmetszetének bemérése után szakításuk $v = 100 \text{ mm/min}$ sebességgel tönkremenetelig, a nyúlásmérés pedig független *videoextenzométeres* mérőrendszer segítségével történt.

Ezt követően a vizsgálat eredményei összehasonlításra kerültek a korábban identifikált paraméterek és (2), (3) felhasználásával (**9. ábra**).

A szimuláció által identifikált anyagmodell az alakváltozás várható tartományában $\varepsilon = 0 \dots 0,5$ a szakítóvizsgálat eredményeit jól közelítik ($R^2 = 0,86 \dots 0,91$), a $\varepsilon = 0 \dots 1,0$ tartományában pedig $R^2 = 0,62 \dots 0,75$, ezért a modellt kiterjesztése más igénybevételi esetekre körültekintés igényel. Fontos továbbá kiemelni, hogy a mérés során megfigyelt jellegzetes „S” görbealak leírására a kétparaméteres Mooney-Rivlin modell nem alkalmas [18].

3. ÖSSZEFOGLALÁS

A tanulmány a gyártósori adatok vizsgálatánál alkalmazott újszerű megközelítése az adatsokaság viselkedését (eloszlását) befolyásoló anyagparaméterek vizsgálatát tette lehetővé. A módszer alapja a szerelési jelleggörbe karakterisztikus pontjainak megválasztásán és ezáltal egyszerű összehasonlíthatóságán alapul, melyet szimulációban változtatott paraméterek hatásával vetettünk össze. Ezen paraméterek az anyagjellemzők (C_{01}, C_{10}, D_1), a hőmérséklet és a sűrűdés voltak.

A tipikus tömítésszerelési folyamat okán (letörésen komprimált tömítés) a módszer széleskörben hasznosítható.

A tanulmány eredményei alapján kijelenthető, hogy tömítésszerelés gyártósori erő-elmozdulás görbeserege alkalmas *elasztomer* anyagmodell paramétereinek meghatározására, ugyanakkor a modell típusának megválasztása és az eredmények kiterjesztése más terhelési esetekre körültekintést igényelnek.

A sűrűdést és az azt befolyásoló tényezők (letörésgeometria, anyagi viselkedés) jelentős hatását mutattuk ki a tömítésszerelési folyamat erőszükségletének tekintetében.

4. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A tanulmány a Kulturális és Innovációs Minisztérium Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, a 2024-2.1.2-Egyetemi Kutatói Ösztöndíj Program - Kooperatív Doktori Program finanszírozásában valósult meg.

A szerzők köszönetüket ezúton is szeretnék kifejezni a szakítóvizsgálat elvégzésében nyújtott segítségük okán a Robert Bosch Kft.-nél dolgozó alábbi kollégáknak: Nagy Benedek, Bobkó Gyula, Somogyi Gergő.

5. IRODALOM

[1] “ISO 26262-1:2018(en), Road vehicles — Functional safety — Part 1: Vocabulary.”
 [2] F. P. Bowden, D. Tabor, and G. I. Taylor, “The area of contact between stationary and moving surfaces,” *Proc. R. Soc. Lond. Ser. Math. Phys. Sci.*, vol. 169, no. 938, pp. 391–413, Jan. 1997.
 [3] A. Schallamach, “A theory of dynamic rubber friction,” *Wear*, vol. 6, no. 5, pp. 375–382, Sep. 1963 [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(63\)90206-0](https://doi.org/10.1016/0043-1648(63)90206-0)

[4] K. A. Grosch, “The Relation between the Friction and Visco-Elastic Properties of Rubber,” *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A*, vol. 274, pp. 21–39, Jun. 1963,
 [5] K. C. Ludema and D. Tabor, “The friction and visco-elastic properties of polymeric solids,” *Wear*, vol. 9, no. 5, pp. 329–348, Sep. 1966.
 [6] M. Khafidh, D. J. Schipper, and M. A. Masen, “The Formation of a Modified Surface Layer on Elastomeric Materials,” *Tribol. Lett.*, vol. 67, no. 1, p. 27, Mar. 2019, <https://doi.org/10.1007/s11249-019-1140-4>
 [7] B. Weber, J. Scheibert, M. P. de Boer, and A. Dhinojwala, “Experimental insights into adhesion and friction between nominally dry rough surfaces,” *MRS Bull.*, vol. 47, no. 12, pp. 1237–1246, Dec. 2022.
 [8] B. N. J. Persson, “Theory of rubber friction and contact mechanics,” *J. Chem. Phys.*, vol. 115, no. 8, pp. 3840–3861, Aug. 2001.
 [9] T. Sukumar, B. R. Ramesh Babu, and D. Durga Prasad, “Numerical and Experimental Evaluation of Hyperelastic Material Parameters,” in *Advances in Materials and Metallurgy*, Singapore 2019 pp. 485–494. https://doi.org/10.1007/978-981-13-1780-4_47
 [10] G. A. Holzapfel, *Nonlinear Solid Mechanics A Continuum Approach for Engineering*.
 [11] R. Keerthiwansa, J. Javorik, J. Kledrowetz, and P. Nekoksa, “Elastomer testing: The risk of using only uniaxial data for fitting the Mooney-Rivlin hyperelastic-material model,”
 [12] R. S. Rivlin and G. I. Taylor, “Large elastic deformations of isotropic materials. I. Fundamental concepts,” *Philos. Trans. R. Soc. Lond. Ser. Math. Phys. Sci.*, vol. 240, no. 822, pp. 459–490, Jan. 1997, <https://doi.org/10.1098/rsta.1948.0002>.
 [13] “Stability study of the compressible Mooney-Rivlin hyperelastic model - B. Fodor, A. Kossa, 2024.” https://journals.sagepub.com/eprint/P4IITRQVQ4Z_XUMSBW5IX/full (accessed Sep. 14, 2024).
 [14] F. Balázs and K. Attila, “A Mooney-Rivlin-féle hiperelasztikus anyagmodell stabilitási vizsgálata többtengelyű terhelések esetén: Stability study of the compressible Mooney-Rivlin hyperelastic model,” *Nk. Gép. Konf. – OGÉT*, pp. 106–111,
 [15] X. Peng, L. Han, and L. Li, “A consistently compressible Mooney-Rivlin model for the vulcanized rubber based on the Penn’s experimental data,” *Polym. Eng. Sci.*, vol. 61, no. 9, pp. 2287–2294, 2021, <https://doi.org/10.1002/pen.25757>.
 [16] “Abaqus material library.” <https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAEMATRefMap/simamat-c-library.htm> (accessed Jan. 03, 2024).
 [17] J. Diani, B. Fayolle, and P. Gilormini, “A review on the Mullins effect,” *Eur. Polym. J.*, vol. 45, no. 3, pp. 601–612, Mar. 2009.
 [18] R. W. Ogden and R. Hill, “Large deformation isotropic elasticity ...,” *Proc. R. Soc. Lond. Math. Phys. Sci.*, vol. 326, no. 1567, pp. 565–584, Jan. 1997, <https://doi.org/10.1098/rspa.1972.0026>.