

HANGOLHATÓ ASZTAL OPTIMÁLIS HANGOLÁSÁNAK KÍSÉRLETI ELLENŐRZÉSE ÉS KOMPATIBILIS MUNKADARAB TERVEZÉSE

EXPERIMENTAL VALIDATION OF THE TUNEABLE CLAMPING TABLE OPTIMAL TUNING AND DESIGN OF A COMPATIBLE WORKPIECE

Bártfai András^{*,**}, Dombóvári Zoltán^{*,**}

ABSTRACT

The tuneable clamping table was designed to attenuate chatter vibrations in the finishing operations of thin walled machining. This is achieved by the tuning of the frequency and damping parameters of the table's dominant mode. The frequency is actively tuned by a rotary spring, while the damping can be changed passively, using eddy current modules. This study aims to develop a compatible dummy workpiece for the table and experimentally validate the corresponding optimal tuning parameters both for general harmonic forcing and in the case of a milling operation.

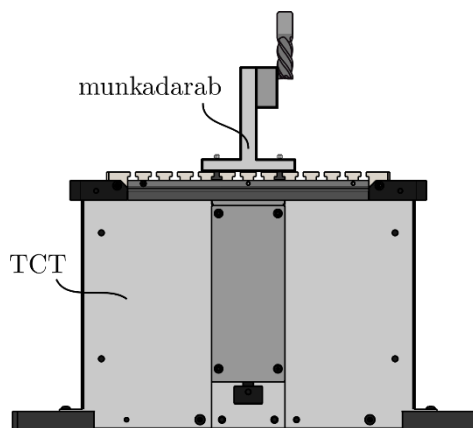
1. BEVEZETÉS

A hangolható asztal (tuneable clamping table, TCT) koncepcióját a vékony falú alkatrészek símitó megmunkálásai esetén fellépő „chatter” rezgések csillapítására fejlesztették ki [1, 2]. Ez az öngerjesztett rezgés adja általában az elérhető folyamat paraméterek korlátját [3]. Kialakulása a forgácsoló erő forgácsvastagságra kifejtett hatása miatt jelentkezik. Ez az úgynevezett regeneratív hatás az egy periódussal korábban hátrahagyott hullámos felület révén gerjesztett nemkívánatos rezgések miatt alakul ki, ami elégtelen felületi minőséget, szerszám élettartam csökkenést vagy akár a szerszám eltörését is eredményezheti.

A hangolható asztal koncepciója esetén az asztal domináns transzverzális módusának sajátfrekvenciáját és csillapítását aktív, illetve passzív módon lehet állítani. Az aktív sajátfrekvencia szabályozás egy forgatható rugó segítségével van megvalósítva, aminek szöge a ráadott feszültség függvényében változik. A passzív csillapítási paraméter pedig örvényáramú modulok segítségével érhető el, aminek pozícióját állítva változtatható a csillapítás.

A hangolható asztal optimális hangolása mind általános harmonikus gerjesztés esetén, mind a marásból származó gerjesztő erő esetére számítható [1, 2]. Jelen tanulmány célja az elméletileg meghatározott optimális

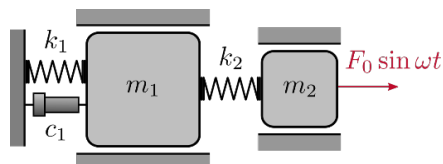
paraméterek validálása egy az asztalhoz tervezett munkadarab segítségével. Ez az összeállítás látható az 1. ábrán.



1. ábra: hangolható asztal stilizált ábrája marási megmunkálás közben.

2. MATEMATIKAI MODELL

A hangolható asztal és munkadarab matematikai modellje egy kétszabadságfokú rendszerként írható le, ahol m_1 és m_2 az asztal és munkadarab domináns módusainak modális tömegei. A k_1 és c_1 paraméterek szemléltetik magának az asztalnak a merevségét és csillapítását, míg k_2 jelöli a munkadarab merevségét. Ebben az esetben a munkadarab anyagának belső csillapítását elhanyagoltuk ($c_2 = 0$).



2. ábra: a hangolható asztalból és munkadarabból álló két szabadságfokú rendszer matematikai modellje.

Gerjesztő erőt csak a munkadarabon, azaz az m_2 tömegen feltételezve, a mozgásegyenlet az alábbi alakban írható fel

* Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépészmérnöki kar, Műszaki Mechanikai Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.

** MTA-BME Lendület Szerszámgépezégek kutatócsoport, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t), \quad (1)$$

ahol \mathbf{M} , \mathbf{C} és \mathbf{K} a tömeg, csillapítási és merevségi mátrixok, illetve $\mathbf{F}(t)$ a gerjesztési erő. Az adott kétszabadságfokú rendszer esetén

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

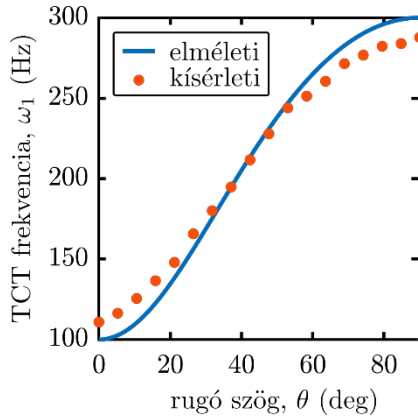
$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ F_2(t) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

3. HANGOLHATÓ ASZTAL FREKVENCIA TARTOMÁNYÁNAK MÉRÉSE

A hangolható asztal domináns módjának sajátfrekvenciája egy forgatható rugó segítségével állítható, aminek merevsége a domináns irányban a szöghelyzettől függ. Ekkor a merevség az alábbi képlettel írható fel

$$k_1^{-1} = k_f^{-1} + (k_{s,1} \cos^2 \theta + k_{s,2} \sin^2 \theta)^{-1}, \quad (3)$$

ahol θ a rugó szöghelyzetét írja le, k_f az asztal mozgó alkatrészének merevsége, míg $k_{s,1}$ és $k_{s,2}$ a forgó rugó merevségei a rugó két fő irányában. A 2. ábra mutatja a hangolható asztal elméleti és mért frekvencia tartományát.



3. ábra: hangolható asztal elméleti és mért megvalósítható frekvencia tartománya.

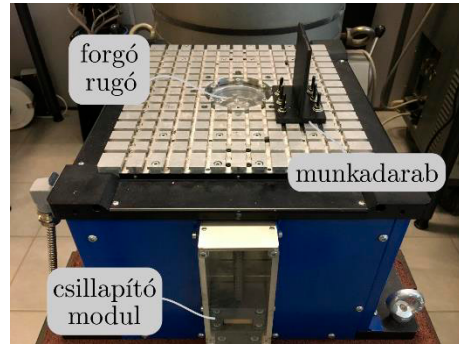
A tervezett munkadarab domináns módusának frekvenciája a hangolható asztal által megvalósítható frekvencia tartományba kell esnie, hogy az optimális hangolás megvalósítható legyen. Ehhez a hangolható asztal frekvencia tartományát ütési kísérletekkel validáltuk. A mérési eredményeket a 2. ábra szemlélteti, ahol a rugó szöghelyzetének függvényében az elméleti és mért asztal módus frekvenciák láthatóak. A mért eredmények jó összhangban vannak az elméletileg tervezett tulajdonságokkal, azonban kisebb, körülbelül 10 Hz-es eltérés tapasztalható mind a minimum, mind a maximum értékekben, ami gyártási és összeszerelési hibákkal magyarázható.

4. MUNKADARAB TERVEZÉSE

A tervezett T alakú munkadarab gyártása 3D nyomtatási technológiával készült, amihez a felhasznált anyag PLA. A CAD szoftverrel tervezett vékonyfalú munkadarab első hajlító módusát csillapítjuk a hangolható asztal segítségével. A hangoláshoz tervezett módus 200 Hz, amit a nemideális kényszerek miatt a végeelem számításához 10 százalékkal felülbecsülünk. Így az első hajlító módusra kapott VEM eredmény $f_{b1} = 223.09$ Hz.

5. OPTIMÁLIS HANGOLÁS KÍSÉRLETI VALIDÁCIÓJA

Ebben a fejezetben a hangolható asztal és munkadarab összeállítás optimális hangolását validáltuk kísérleti úton. Ehhez a mérési összeállítás a 3. ábrán látható.



4. ábra: mérési összeállítás a hangolható asztallal és polimer munkadarabbal.

Általános harmonikus gerjesztésre az optimális hangolási paraméterek [1] felírhatóak az alábbi alakban

$$f_0 = \sqrt{\frac{1}{1 - \mu}}, \quad \xi_{1,0} = \sqrt{\frac{3\mu}{4(\mu - 2)(\mu - 1)}}, \quad (4)$$

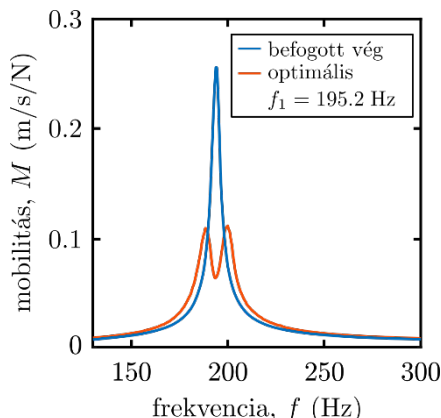
ahol $f_0 = \omega_2/\omega_1$ a munkadarab és hangolható asztal sajátfrekvenciái, $\xi_1 = c_1/(2m_1\omega_1)$ az asztal csillapítási tényezője, míg $\mu = m_2/m_1$ a két test modális tömegeinek aránya. Az asztal translációs módusának, illetve a polimer munkadarab első hajlító módusának tömegei $m_1 = 6.5$ kg, $m_2 = 2.0786 \times 10^{-2}$ kg. Ezáltal a tömegarány $\mu = 3.1978 \times 10^{-3}$. Ezt az értéket visszahelyettesítve (4)-be, az alábbi optimális hangolási paraméterek adódnak

$$f_0 = 1.0016, \quad \xi_{1,0} = 3.47 \%. \quad (5)$$

A munkadarab első hajlító módusának tényleges frekvenciáját ugyancsak ütési kísérlettel mértük, aminek az eredménye $f_2 = 193.4$ Hz. Ezt visszahelyettesítve (4)-be kiadódik az asztalon beállítandó optimális frekvencia $f_1 = 193.09$ Hz.

Az optimális hangolás kísérleti validációját a 5. ábra szemlélteti. Habár a mért optimális frekvencia kis mértékben eltér az elméletileg számolt értéktől, a csillapított frekvencia válaszfüggvényen jelentős

csillapítás figyelhető meg a mereven befogott munkadarab esetével összehasonlítva.



5. ábra: Optimális paraméterek validációja a mérési összeállításon.

5. OPTIMÁLIS HANGOLÁS MARÁS ESETÉN

A korábbi fejezetben bemutatott optimális hangolás az átviteli függvény csúcsainak minimalizálására szolgált. Ezzel ellentétben a marási megmunkálás esetén más optimalizációs eljárás szükséges a lehető legnagyobb forgásmélység eléréséhez. Ebben a fejezetben ezeket a hangolási paramétereket vizsgáljuk elméleti úton

5.1. Marás matematikai modellje

A marási folyamat esetén az asztalból és munkadarabból álló szerkezetet a forgácsoló erő gerjeszti. Ekkor az (1) és (2) által leírt mozgásegyenletben az $F_2(t)$ írja le a forgácsoló erőt, ami szétbontható a periodikus stacionárius részre, amitől kialakul a stacionárius megoldás $\mathbf{x}_s(t)$, illetve a dinamikus részre, ami a regeneratív hatásokkal írható le. A $\mathbf{p}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_s(t)$ perturbációt bevezetve, a perturbált mozgásegyenlet

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{p}(t) = \Delta \mathbf{F}(t, \mathbf{p}_2(t), \mathbf{p}_2(t - \tau)), \quad (8)$$

ahol a munkadarabra ható regeneratív forgácsolási erő

$$\Delta F_2(t) = -\frac{a K_{ct}}{\sin \kappa} B(t)(p_2(t) - p_2(t - \tau)). \quad (9)$$

Itt az a paraméter a forgásmélység, K_{ct} a tangenciális forgácsolási paraméter, κ a főélelhelyezési szög és $B(t)$ az iránytényező, ami a rezgést a forgácsvastagságra és a maróerőt a modális irányokra projektálja. A regeneratív hatás időkéssége $\tau = 2\pi/(\Omega Z)$, konstans marófeji szögsebessége Ω és fogszám Z mellett.

5.2. Stabilitás nulladrendű approximációja

A marási eljárás aszimptotikus stabilitása vizsgálható az úgynevezett nulladrendű approximációval [5] (Zero-order approximation). Ekkor először a direkcionális tényezőt szükséges Fourier sorba fejteni

$$B(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} B_k e^{i k \omega_z t} := \frac{Z}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \beta_k e^{i k \omega_z t}, \quad (10)$$

ahol $\omega_z = 2\pi/T_Z$ a fogelhaladási frekvencia és

$$\beta_k = \int_{\varphi_{en}}^{\varphi_{ex}} b(\varphi) e^{i k Z \varphi} d\varphi, \quad (11)$$

illetve φ_{en} és φ_{ex} a fogak belépési és kilépési szöge. Ha a direkcionális tényezőt közelítjük az időbeli átlagával, azaz a Fourier sornak csak a nulladrendű tagját vesszük, akkor

$$B(t) \approx B_0 := \frac{Z}{2\pi} \beta_0, \quad (12a)$$

$$\beta_0 = \frac{1}{4} \left[\cos 2\varphi + \frac{K_{cr}}{K_{ct}} (2\varphi + \sin 2\varphi) \right]_{\varphi_{en}}^{\varphi_{ex}} \quad (12b)$$

és K_{cr} a radiális radiális forgácsolási paraméter. Ezt a közelítést visszahelyettesítve, a karakterisztikus egyenlet kritikus gyökátmeneti görbéit meghatározó fogásmélységre és főorsó szögsebességre az alábbi parametrikus függvényeket kapjuk az ω_c kritikus berezgési frekvencia függvényében.

$$a(\omega_c) = -\frac{\pi \sin \kappa}{Z K_{ct} \beta_0 \operatorname{Re}(H_{22}(\omega_c))}, \quad (13a)$$

$$\Omega_j(\omega_c) = \frac{2\pi}{Z((2j+3)\pi + 2\psi_{22}(\omega_c))}. \quad (13b)$$

5.3. Optimális hangolás

Ahogy (16) egyenlet mutatja, a maximális stabil fogásmélység eléréséhez a munkadarab végpontjának receptancia függvényének reális részét szükséges minimalizálni. A receptancia függvény az alábbi alakot veszi fel

$$\mathbf{H}(\omega) = (-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K})^{-1}, \quad (14)$$

ahol a fogásmélységben szereplő tag

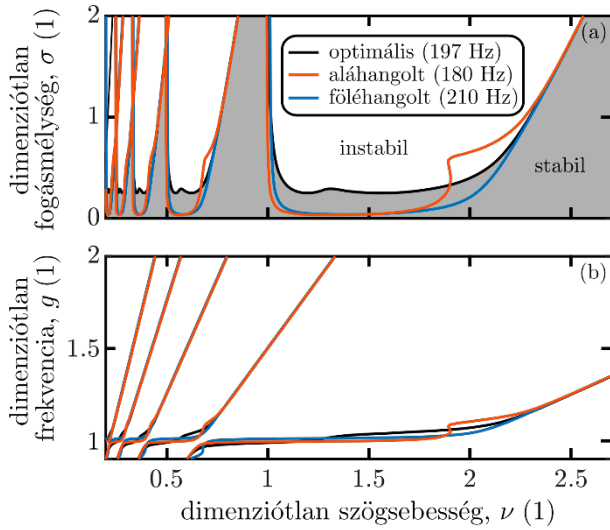
$$H_{22}(\omega) = \frac{k_1 + k_2 + c_1 i \omega - m_1 \omega^2}{(k_2 - m_2 \omega^2)(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2) - k_2^2 + c_1(k_2 - m_2 \omega^2) i \omega}. \quad (15)$$

A minimalizálási folyamatot elvégezve [2] az alábbi optimális asztal frekvencia és csillapítás adódik

$$f_{0,\pm} = \sqrt{1 - \mu \pm \frac{\sqrt{2\mu}}{2}}, \quad (16a)$$

$$\zeta_{1,0\pm} = \sqrt{\frac{3\mu}{8}} \sqrt{\frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{\mu}}{\sqrt{2} \pm (3 - 2\mu)\sqrt{\mu}}}, \quad (16b)$$

ahol $\mu = m_1/m_2$. A dimenziótlan frekvencia és dimenziótlan receptancia függvény bevezetésével



6. ábra: (a) kritikus dimenziótlán fogásmélység és (b) dimenziótlán frekvencia optimális, illetve alá- és fölhangolt esetekben.

$$g := \frac{\omega}{\omega_2}, \quad h_{22}(g) := k_2 H_{22}(g) \quad (17)$$

a stabilitást leíró dimenziótlán fogásmélységet és dimenziótlán szögsebességet az alábbi alakban definiáljuk

$$\sigma(g) := \frac{ZK_{ct}\beta_0}{k_2} a(\omega_2 g) = -\frac{\pi}{\text{Re } h_{22}(g)}, \quad (18a)$$

$$v_j(g) := \frac{Z}{\omega_2} \Omega_j(\omega_2 g). \quad (18b)$$

A hangolási eredményeket a 6. ábra szemlélteti. Látható, hogy a kissé alá- és fölhangolt esethez képest az optimális hangoláskor a stabilitási lobe görbék minimuma (kritikus forgásmélység) jóval nagyobb értékeket vesz fel. Ezen felül a vizsgált paraméter tartományon a stabil zóna területe is nagyobb, mint a másik két esetben. Tehát a marási megmunkálás jelentősen stabilabb a két másik esethez képest.

6. ÖSSZEFOGLALÁS

A hangolható asztal optimális hangolásának kísérleti validációja volt ennek a tanulmánynak a célja. Ehhez szükséges volt egy az asztallal kompatibilis munkadarab tervezése. A 3D nyomtatott, polimer munkadarab modális paramétereinek mérését ütési tesztekkel végeztük el. Ez az első hajlító módus sajátfrekvenciájára kisebb értéket adott a tervezettnél, ami várható a tökéletlen peremfeltételek miatt.

Az asztal optimális frekvenciáját és csillapítási tényezőjét általános harmonikus gerjesztésre meghatároztuk, amit validációs mérésekkel is meghatároztunk. A hangolási kísérlet sikerességét mutatja, hogy a receptancia függvény csúcsait jelentős mértékben lehetséges csökkenteni a sima befogott esethez képest, a megfelelő hangolás megvalósításakor.

Végül az optimális hangolási paramétereket meghatároztuk marási megmunkálás esetére is, amihez a munkadarab végpontjában érvényes direkt receptancia függvény minimalizálása szükséges. Az így kapott stabilitási diagramot összehasonlítottuk kissé alá- és fölhangolt esetekkel is, amely esetekben mind a stabil tartomány nagyságában, mind a kritikus forgásmélységben jelentős csökkenést tapasztaltunk.

7. SUMMARY

The experimental validation of the optimal tuning of the tuneable clamping table was the aim of this study. A compatible polymer workpiece was designed and the modal parameters verified with impact tests. This showed a slight decrease in the natural frequency of the first bending mode, which was expected due to imperfect boundary conditions.

The optimal frequency and damping parameters for a general harmonic forcing were calculated and the verifying measurements showed good correspondence with the theoretically obtained parameters and the peaks of the receptance function was greatly reduced compared to the fixed-end case.

Lastly, the optimal tuning parameters were obtained for a milling process, where the direct receptance function at the endpoint of the workpiece has to be minimized. The corresponding stability diagram was compared to slightly under- and overtuned cases, where both the stable region and critical depth of cut decreased significantly.

8. IRODALOM

- [1] MUNOA J., SANZ-CALLE M., DOMBOVARI Z., IGLESIAS A., PENA-BARRIO J., STEPAN G.: Tuneable clamping table for chatter avoidance in thin-walled part milling, *CIRP Annals*, Vol. 69, No. 1, (2020), pp. 313-316, <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2020.04.081>
- [2] SANZ-CALLE M., DOMBOVARI Z., MUNOA J., IGLESIAS A., LÓPEZ DE CALLE L.N.: Self-Tuning Algorithm for Tuneable Clamping Table for Chatter Suppression in Blade Recontouring, *Applied Sciences*, Vol. 11, No. 6, (2021), pp. 1-20, <https://doi.org/10.3390/app11062569>
- [3] MUNOA J., BEUDAERT X., DOMBOVARI Z., ALTINTAS Y., BUDAK E., BRECHER C., STEPAN G.: Chatter suppression techniques in metal cutting, *CIRP Annals*, Vol. 65, No. 2, (2016), pp. 785-808, <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2016.06.004>
- [4] DEN HARTOG J.P.: *Mechanical Vibrations*, Dover Publications Inc. 1985, ISBN 978-0486647852
- [5] ALTINTAS Y.: *Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*, Cambridge University Press 2012, ISBN 978-1107001480, <https://doi.org/10.1017/CBO9780511843723>